

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2024-2025 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
8 класс

На олимпиаде используется 7-балльная шкала: каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Основные принципы оценивания приведены в таблице:

Баллы	Критерии оценивания
7	Полное верное решение.
6	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
4–5	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. В задаче «Оценка + пример» доказана оценка.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. В задаче «Оценка + пример» построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Кроме того,

- 1) результатом выполнения каждого задания должна быть запись полного решения со всеми необходимыми обоснованиями и выводами; ответ без обоснований (если они требуются) оценивается в 0 баллов;
- 2) любое правильное (полное) решение оценивается в 7 баллов; недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;
- 3) олимпиадная работа не является контрольной работой, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
- 4) баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;
- 5) если к задаче приведены указания к оцениванию – они имеют приоритет над общими указаниями.

1. У Глеба есть три фигурки: Г-тетрамино, Г-гексамино и Г-октамино. Как ему сложить из них клетчатую фигуру, имеющую две оси симметрии?



Решение:



Комментарий: приведен корректный пример – 7 баллов.

2. Вася решил в числе 2024 заменить одну цифру так, чтобы получилось четырёхзначное число, делящееся на 3. Сколько различных чисел обладает нужным Васе свойством?

Решение: $2024 \equiv 2 + 0 + 2 + 4 \equiv 8 \equiv 2 \pmod{3}$.

Значит, для делимости на 3 надо изменить либо 2 на 0, 3, 6, 9, либо 0 – на 1, 4, 7, либо 4 на 2, 5, 8. Т.е. с учётом ненулевой первой цифры возможны $3 + 3 + 4 + 3 = 13$ замен для получения четырёхзначного числа, кратного 3.

3. Известно что, для различных чисел a, b, c верно $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$. Найдите значение выражения $(a+b+1)(b+c+1)(a+c+1)$.

Решение: Ответ: -1 .

Рассмотрим первое равенство $a^2 - b = b^2 - c$, т.е., $(a-b)(a+b) = b-c$. Прибавив к обеим частям $a-b$, получаем $(a-b)(a+b+1) = a-c$.

Аналогично получаем $(b-c)(b+c+1) = b-a$ и $(c-a)(a+c+1) = c-b$. Перемножая три полученных равенства, а затем сокращая на $(a-b)(b-c)(c-a)$, получаем $(a+b+1)(b+c+1)(a+c+1) = -1$.

4. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC , на стороне AB отметили середину K и точку L , симметричную ей относительно стороны BC . Отрезок KL пересекает сторону BC в точке P , а прямая PK пересекает прямую AC в точке Q . Докажите что, $BQ = AL$, если угол $BAC = 120^\circ$.

Решение. Треугольники BKL и AKQ – равносторонние (т.к. все их углы по 60°) и равны между собой (т.к. $BK = AK$). Отсюда четырёхугольник $ALBQ$ – прямоугольник и $BQ = AL$.

5. В турнире участвуют шесть команд, которые играют друг с другом дважды. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. После того, как все игры сыграны, выясняется, что три лучшие команды набрали одинаковое количество очков. Каково максимально возможное количество очков, набранных каждой из трех лучших команд?

Решение. Покажем, что существует розыгрыш турнира, когда три лучшие команды набирают по 24 очка.

Выделим три команды, обозначим их 1, 2 и 3. Пусть 1 выиграла обе игры у 2, 2 выиграла обе игры у 3, 3 выиграла оба матча у 1. Пусть команды 1, 2 и 3 выиграли все игры у оставшихся команд, а оставшиеся команды играли между собой вничью. Тогда действительно у команд 1, 2 и 3 по 6 выигранных матчей, то есть по 24 очка, а у оставшихся команд по 4 очка, что меньше чем 24.

Теперь покажем, что больше 24 быть не могло. Выделим три команды, которые набрали максимум очков. Рассмотрим сумму набранных ими очков и поймем, что она не превышает 72. Действительно, в играх между собой они разыграли максимум $6 \cdot 3 = 18$ очков, так как между собой они сыграли 6 игр и в каждой получили не более трех очков (ничья дает 2 очка, чья-то победа — три). В играх с оставшимися тремя командами три лучшие набрали максимум $3 \cdot 18 = 54$ очка, потому что сыграно было 18 матчей, и в каждом разыграли не более трех очков. Тогда общая сумма очков лучших команд не превышает $18 + 54 = 72$. Тогда, так как у лучших команд поровну очков, количество очков лучшей команды не превышает $72 : 3 = 24$, что и требовалось.